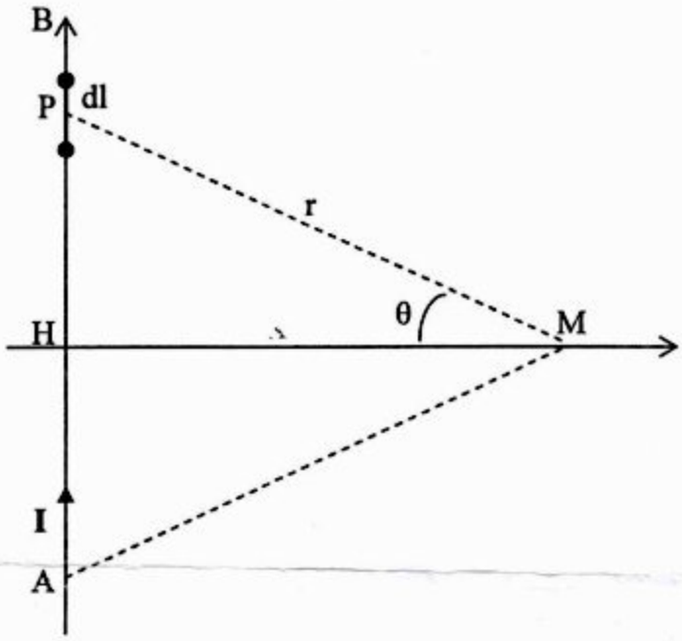
TD de physique (Magnétostatique)

1ère Année du cycle préparatoire

Série 5

Exercice 1:

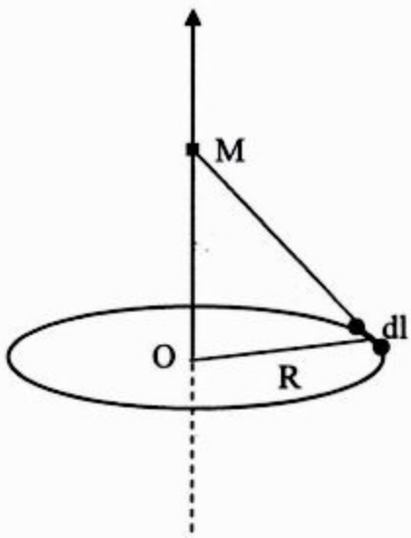


1- Evaluer le champ magnétostatique créé par un segment [AB] parcouru par un courant I.

2- Déduire du résultat précédent le champ magnétique au cas ou ce fil a une longueur infinie.

Exercice 2:

On considère une boucle (cercle) de rayon R parcourue par un courant I (voir la figure).



1- Déterminer le champ magnétique créé par la boucle au point M appartenant à son axe.

2- En déduire le champ magnétique créé par les bobines d'Helmotz (deux boucles, de rayons R, coaxiales et séparées d'une distance R) au point M appartenant à leur axe. Tracer la courbe de ce champ.

3- En déduire le champ magnétique créé sur l'axe d'un solénoide de rayon R, de longueur L à N spires jointives parcourues par I.

4- Quel est le champ créé par un solénoïde infini.

ETUSUP .com

Exercice 3:

On considère une spire carrée formée de 4 cotés de longueur 2a (4 segments) parcourue par un courant I. Déterminer le champ magnétique créé par la spire au point M appartenant à son axe.

Exercice 4:

On considère un conducteur cylindrique plein homogène de longueur infinie et de rayon R.

1- Déterminer le champ magnétique en tout point M de l'espace.
2- Tracer le champ magnétique.

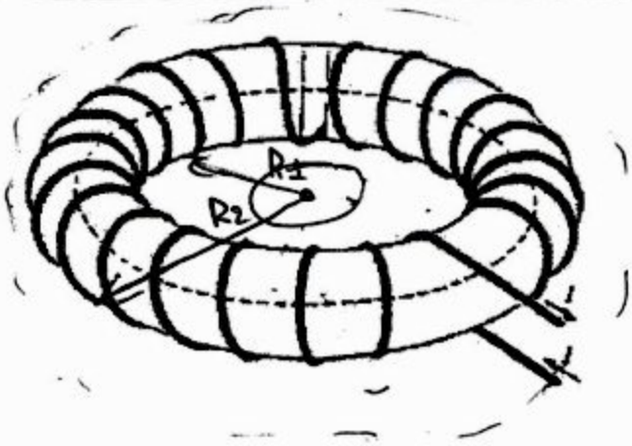
Exercice 5:

On considère un câble infini formé de 3 cylindres coaxiaux de rayons R_1, R_2, R_3 ($R_1<R_2<R_3$). Le courant continu I passe dans un sens dans le conducteur intérieur (de rayon R_1) et revient dans l'autre sens par le conducteur externe (d'épaisseur R_2-R_3).

1- calculer le champ en tout point de l'espace.
2- Représenter B(r), r étant la distance du point considéré à l'axe du cylindre.

Exercice 6:

On considère une bobine torique (voir figure ci-dessous) constituée de N spires. Calculer le champ en tout point de l'espace créé par cette bobine torique.



ETUSUP .com

TD1 Magnétostatique

I Loi de Biot et de Savart

(pour les circuits de forme simple)

* Distribution est linéique

$$\vec{dB}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_D \frac{I\vec{dl} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

* Distribution est surfacique

$$\vec{dB}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j_s} \wedge \vec{PM}}{PM^3} dS$$

(avec j_s : la densité surfacique du courant)

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_D \frac{\vec{j_s} \wedge \vec{PM}}{PM^3} dS$$

* Distribution est volumique

$$\vec{dB}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j} \wedge \vec{PM}}{PM^3} dZ$$

(avec j : la densité volumique du courant)

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_D \frac{\vec{j} \wedge \vec{PM}}{PM^3} dZ$$

* La démarche :

- on choisi un repère de projection avec les systèmes de coordonnées.
- On choisi la ou les variables d'intégrations.
- On exprime $\vec{dB}$.
- On met les calculs sous la forme de :

$$f(x)dx \Rightarrow \vec{B} = \int f(x)dx$$

$$f(x,y)\,dxdy \Rightarrow \vec{B} = \iint f(x,y)\,dxdy$$

$$f(x,y,z)\,dxdydz \Rightarrow \vec{B} = \iiint f(x,y,z)\,dxdydz$$

ETUSUP .com

II Théorème d'Ampère : (circuit de forme complexe)

$$\oint_{\text{courbe}} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{int}$$

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = I_{int} = \sum_j \pm I_j$$

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \vec{H}$$

* Choix de la courbe d'ampère

Dans ce cas on doit choisir la courbe d'ampère de tel façon à ce que l'intégral $\vec{B} \cdot \vec{dl}$ soit facile à calculer :

$\vec{B}$ doit être tangeant ou perpendiculaire à C.

Le module de $\vec{B}$ doit être constant sur C ou nul sur certains parties de C.

$$C = C_1 + C_2$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \int_{C_1} \vec{B} \cdot \vec{dl} + \int_{C_2} \vec{B} \cdot \vec{dl}$$

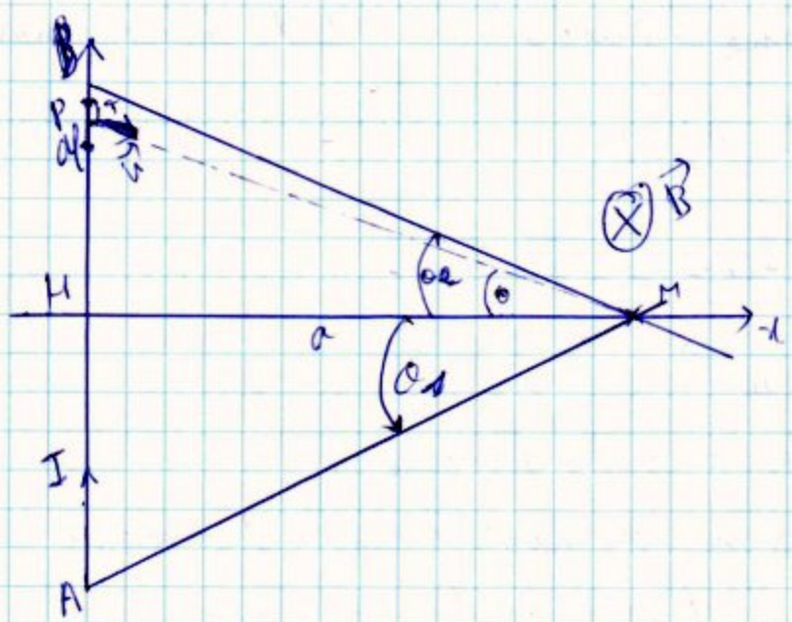
$$= \int_{C_1} B \cdot dl = B \int_{C_1} dl$$

III Règles pratiques pour determiner le sens de $\vec{B}$.

- Règle des 3 doigts de la main droite.
- Règle du bonhomme d'Ampère.
- Règle du tire bouchon de Maxwell.

ETUSUP .com

Exercice 1.



1) En appliquant la règle du Bonhomme d'ampère le champ $\vec{B}$ sera de l'exterieur à l'interieur du plan formé par ABM. Il nous reste à determiner son module.

* En appliquant la loi de Biot de de Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

$$dB(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, dl \sin\alpha}{r^2}$$

$$\left(d\vec{l} \wedge \vec{u} = \| d\vec{l} \| \, \| \vec{u} \| \sin(\widehat{d\vec{l}, \vec{u}}) = dl \times 1 \times \sin\alpha \right)$$

$$B(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{AB} \frac{I\, dl \sin\alpha}{r^2}$$

$$\gamma = \pi - \alpha = \pi/2 - \theta \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + \theta$$

$$\sin\alpha = \cos\theta$$

$$\tan(\theta) = \frac{l}{a} \Rightarrow l = a\tan(\theta)$$

$$\frac{dl}{d\theta} = \frac{a}{\cos^2(\theta)} \Rightarrow dl = \frac{a\, d\theta}{\cos^2\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{\cos\theta}$$

ETUSUP .com

$$B(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos\theta}{a} \, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\sin\theta_2 - \sin\theta_1 \right)$$

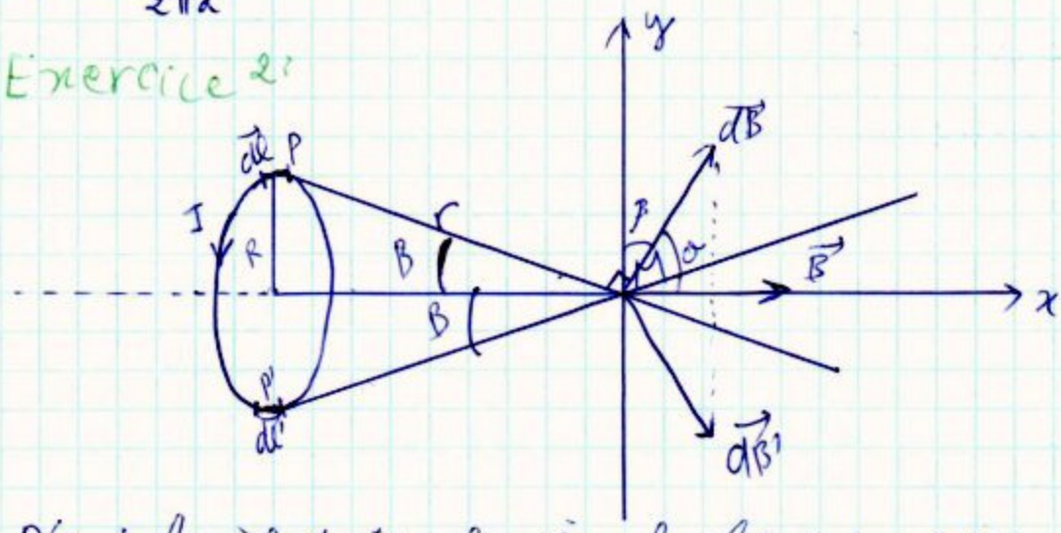
2) Au cas ou le fil est de longueur infini ; $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$ et $\theta_2 = \pi/2$

par caséquent

$\sin\theta_2 - \sin\theta_1 = 2$

$B(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

Exercice 2 :



* D'après la règle du tire bouchon le champ magnétique total $\vec{B}$ est porté par Ox son sens est de O vers M

* $\vec{dB} = \vec{dB_x} + \vec{dB_y}$

$\vec{dB'} = \vec{dB'_x} + \vec{dB'_y}$

$\vec{dB_T} = \vec{dB} + \vec{dB'}$

$dB_x = dB'_x$ et $dB_y = -dB'_y$

$\Rightarrow \vec{dB_T} = 2\, dB_x \vec{e_x} = (dB_x + dB'_x)$

$B(M) = 2 \int_{1/2 \text{ spire}} dB_x = \int_{\text{spire}} dB_x$

$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2} \cos\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, dl \sin(\vec{dl}, \vec{r})}{r^2} \cos\theta$

or $(\vec{dl}, \vec{r}) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin(\vec{dl}, \vec{r}) = 1$

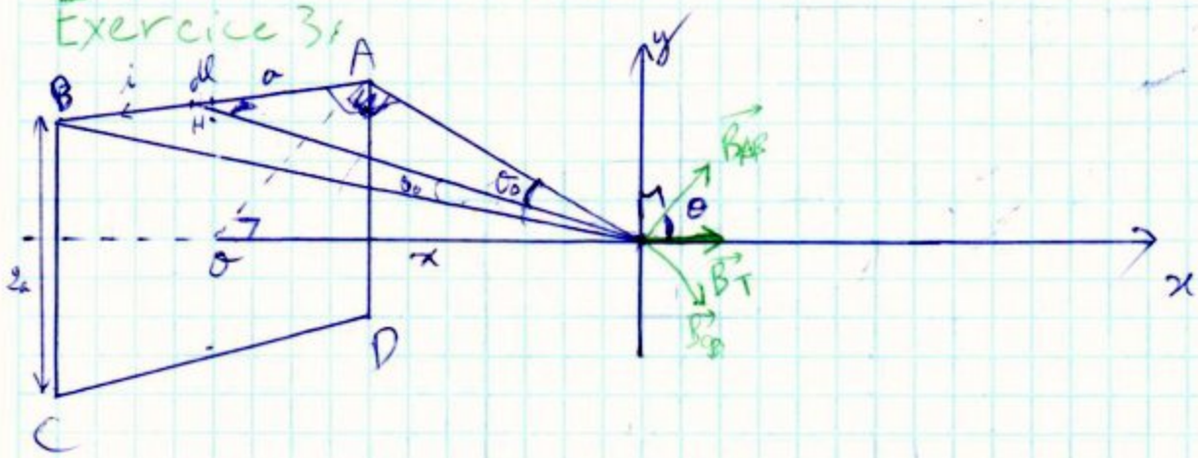
or $\beta + \pi/2 + \theta = \pi \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} - \beta$

par conséquent $\cos\theta = \sin\beta$

ETUSUP .com

TD1 Magnéto

Exercice 3 :



Cette spire est formée de 4 cotés de longueur 2a (4 segments identiques)

$\vec{B} = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CD} + \vec{B}_{DA}$

$\vec{B}_{AB} = B_{AB_x}\vec{e_x} + B_{AB_y}\vec{e_y}$

$\vec{B}_{BC} = B_{BC_x}\vec{e_x} + B_{BC_y}\vec{e_y}$

$\vec{B}_{CD} = B_{CD_x}\vec{e_x} + B_{CD_y}\vec{e_y}$

$\vec{B}_{DA} = B_{DA_x}\vec{e_x} + B_{DA_y}\vec{e_y}$

or $B_{ABx} = B_{BCx} = B_{CDx} = B_{DAx}$

et $B_{ABy} = -B_{CDy}$; $B_{BCy} = B_{DAy} = 0$

$\vec{B} = 4B_{AB_x}\vec{e_x}$

$\vec{B} = 4B_{AB}\cos\theta\,\vec{e_x}$ $\qquad \theta = (\widehat{\vec{B}_{AB}, \vec{e_x}})$

$B = 4B_{AB}\cos\theta$

On a trouvé dans l'exercice 1 que B segment est $B_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi HM}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$

Dans notre cas $HM = \sqrt{a^2+x^2}$ et $\theta_2 = -\theta_1 = \theta_0$

donc $\sin\theta_2 - \sin\theta_1 = 2\sin\theta_0$ et $\sin\theta_0 = \frac{a}{AM}$

$AM = \sqrt{2a^2+x^2}$

$B_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\sqrt{a^2+x^2}}\frac{2a}{\sqrt{2a^2+x^2}}$

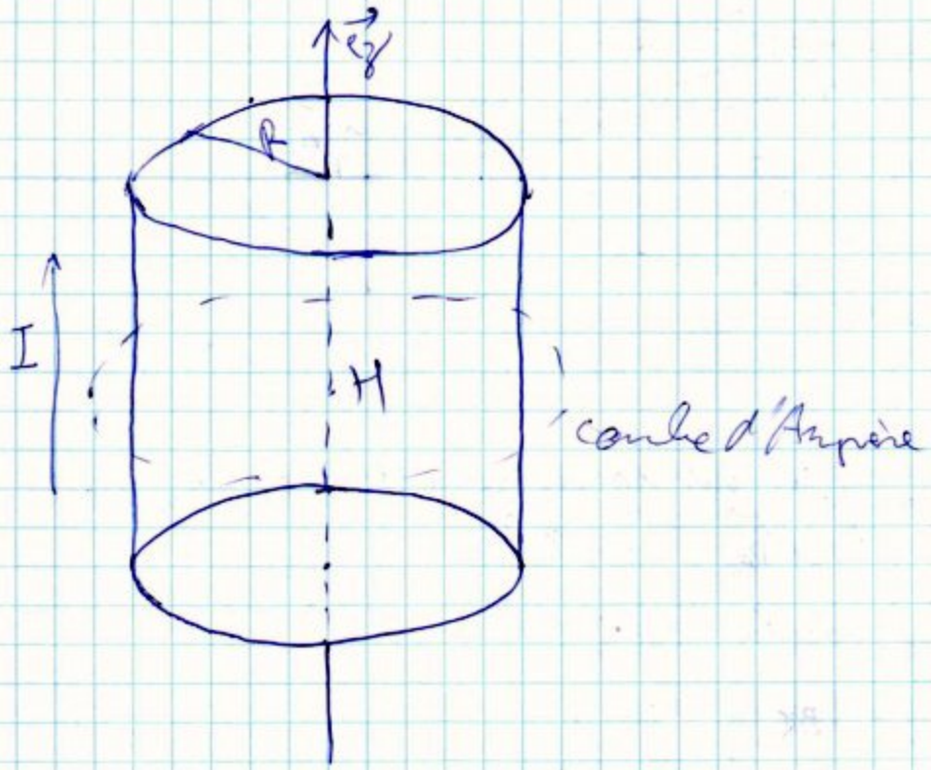
$B = \frac{2\mu_0 I a}{\pi\sqrt{a^2+x^2}}\frac{1}{\sqrt{2a^2+x^2}}\cos\theta$

ETUSUP .com

$\cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{a}{HM} = \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$

$B = \frac{2\mu_0 I a^2}{\pi} \frac{1}{(a^2+x^2)} \frac{1}{(2a^2+x^2)^{1/2}}$

Exercice 4 :



Il s'agit d'une distribution volumique du courant dans un cylindre.

* On a une invariance par translation par rapport à l'axe Oz donc le champ B(M) est indépendant de z.
* on a aucune invariance par rotation d'angle θ donc B(M) est indépendant de θ. Il ne dépende que de r.

Tout plan passant par l'axe Oz et contenant le point M est un plan de symetrie de cette distribution.

Donc B est perpendiculaire à ce plan de symétrie => B est orthoradial $\vec{B}(M) = B(r)\vec{e_\theta}$

* on prends comme contour fermé d'Ampère un circuit (C) qui est un cercle de centre H et de rayon r (distance entre H et le point M)

d'après le théorème d'Ampère

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I_{int}$$

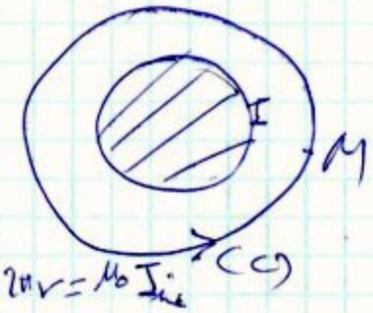
on a 2 cas : $r > R$ et $r < R$

* cas $r > R$

$$\int \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int B(r)\, dl$$

$$= B(r)\, 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

* cas $r < R$



$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I_{int}$$

$$\int B\, dl = \mu_0 I_{int} \Rightarrow B(r)\, 2\pi r = \mu_0 I_{int}$$

I_{int} ?

$$I_{int} = \iint j\cdot dS = j\pi r^2$$

or on a $I = j\,dS$

$$j = \frac{I}{\pi R^2}$$

$$I_{int} = \frac{I\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{I r^2}{R^2}$$

Par conséquent :

$$B(r) = \frac{\mu_0 I_{int}}{2\pi r}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I r}{R^2}$$

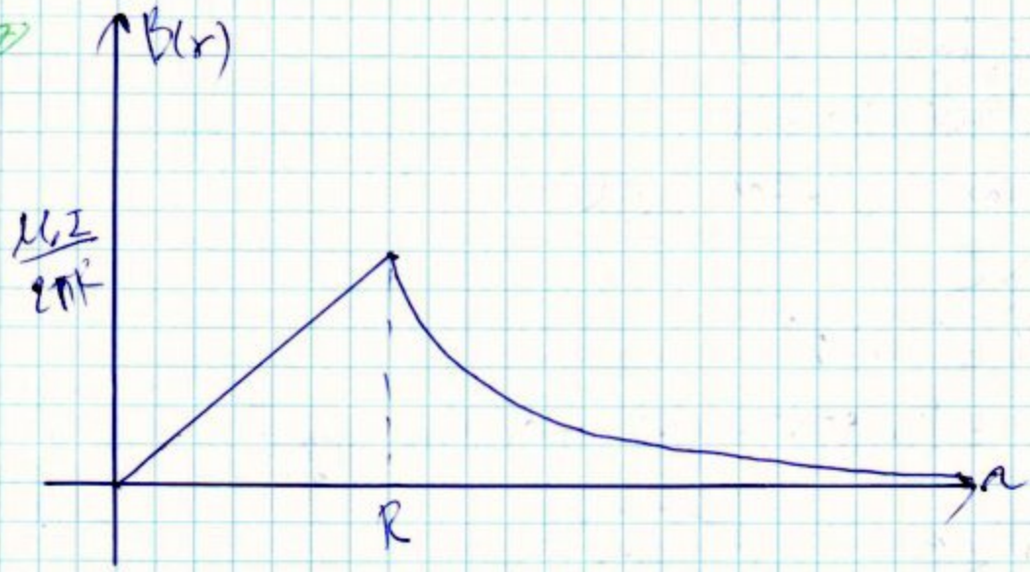
2) tracer le champ magnétique

on a trouver pour $r < R$, $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{r}{R^2}$

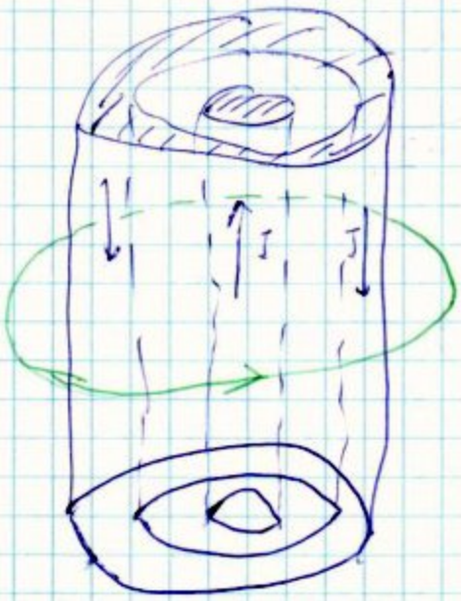
pour $r > R$

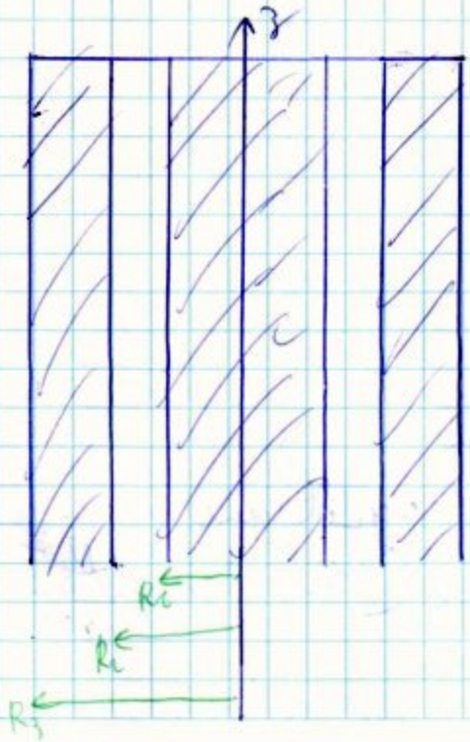
$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r}$$

ETUSUP .com



Exercice 5 :





Le cable infini est constitué de 3 cylindres coaxiaux donc le champ B est invariant par translation par rapport à $\vec{e_z}$. $B(M)$ ne dépend pas de z.

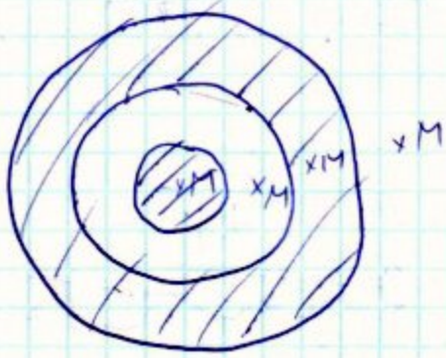
invariant par rotation par rapport à o donc $B(M)$ ne dépend pas de θ. Il ne dépend que de r.

* Tout plan passant par Oz et contenant est un plan de symetrie de la distribution cylindrique donc B est perpendiculaire à ce plan : $B(M) = B(r)\vec{e_r}$
* Puisque le système possède une symétrie cylindrique alors on utilise le théorème d'Ampère.
* La courbe d'ampère sera le cercle qui passe par M.

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I_{int}$$

$$\int B(r)\, dl = \mu_0 I_{int}$$

$$B(r)\, dl = B(r)\, 2\pi r = \mu_0 I_{int}$$



On a 4 cas :

* si $r > R_3$

$B(r) = \frac{\mu_0 I_{int}}{2\pi r}$ or $I_{int} = I - I = 0$

$B(r) = 0 \Rightarrow \vec{B(r)} = \vec{0}$

* si $R_2 < r < R_3$

$B(r) = 2\pi r = \mu_0 (I - I_2)$

$I_2 = j S = j(\pi r^2 - \pi R_2^2)$

$= j\pi(r^2 - R_2^2)$

$I = j S' = j(\pi R_3^2 - \pi R_2^2)$

$= j\pi(R_3^2 - R_2^2)$

$j = \frac{I}{\pi(R_3^2 - R_2^2)}$

$I_2 = I\left(\frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$

ETUSUP .com

$$B(r)\,2\pi r = \mu_0 I\left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$$

* si $R_1 < r < R_2$

$$B(r)\,2\pi r = \mu_0 I$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

* si $r < R_1$

$$B(r)\,2\pi r = \mu_0 I_{int} = \mu_0 I_1$$

$$I_1 = I_{int} = jS = j\pi r^2$$

$$I = jS = j\pi R_1^2 \Rightarrow j = \frac{I}{\pi R_1^2}$$

$$I_1 = \frac{I r^2}{R_1^2}$$

~~si $r > R_3$ $B(r) = 0$~~ si $r > R_3$ $B(r) = 0$

si $R_2 < r < R_3$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$$

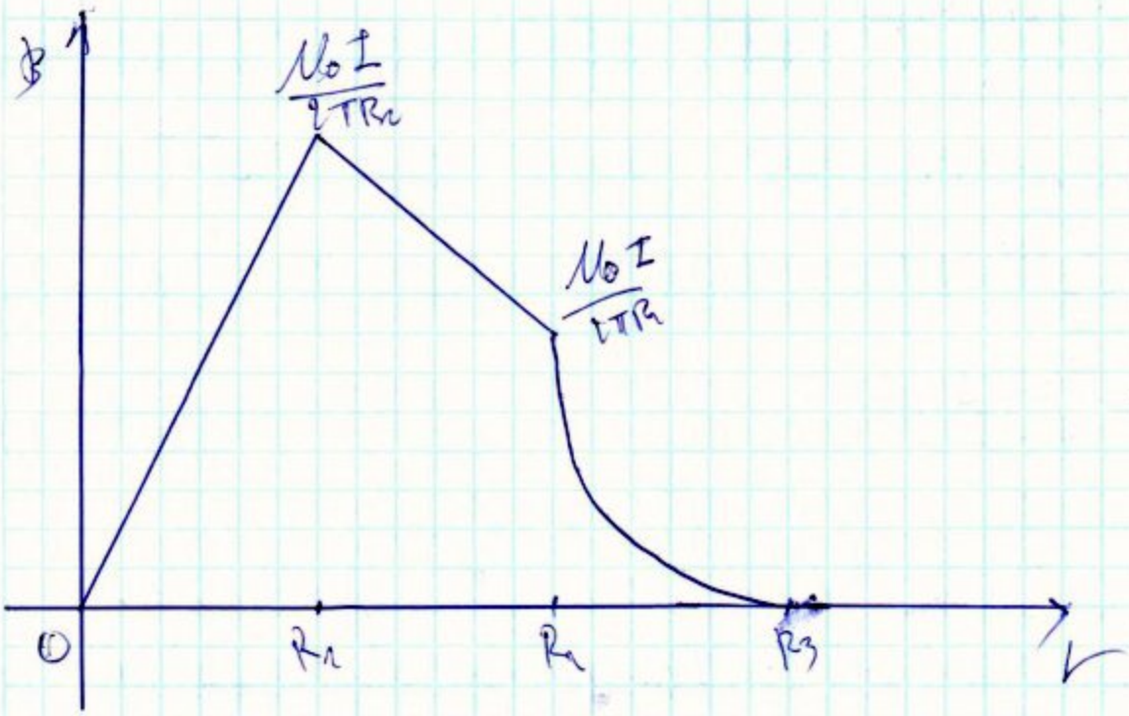
si $R_1 < r < R_2$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

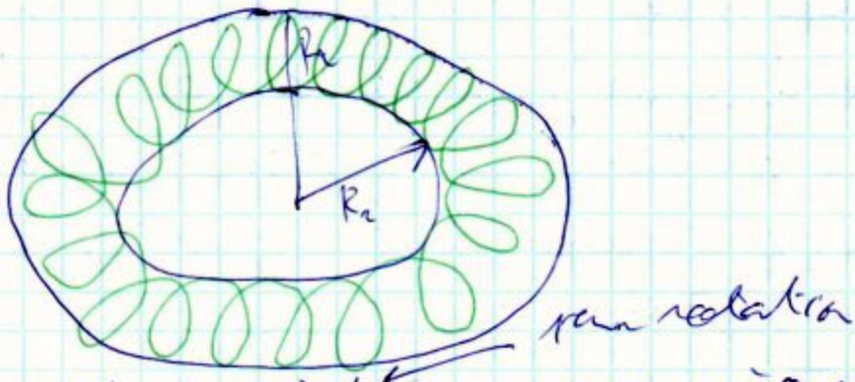
si $r < R_1$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$$

ETUSUP .com



Exercice 6 :



Le système est invariant par rapport à O et par translation par rapport à $\vec{e_z}$ donc B(M) ne dépend que de r

* tout plan contenant $\vec{e_z}$ et le point M sera un plan de symétrie donc B(M) est porté par $\vec{e_\theta}$.

* Pour déterminer le champ créé par les N spires alors on applique le théorème d'Ampère

* Le contour d'Ampère sera donc un cercle de rayon r et d'origine O. $\oint \vec{B}\,\vec{dl} = \mu_0 I_{int}$

On a 3 cas à traiter

$B(r)\, 2\pi r = \mu_0 I_{int}$

* si $r < R_1$

Il n'y a pas de courant à l'intérieur

$I_{int} = 0$ et $B(r)\, 2\pi r = 0$

$\Rightarrow B(r) = 0$

$\sum_i \varepsilon I_i$

$\varepsilon = \pm 1$

si $R_1 < r < R_2$

$B(r)\, 2\pi r = \mu_0 I_{int}$

$I_{int} = NI$

$\Rightarrow B(r) = \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

Exercice 7

1) Par raisons de symétrie cylindrique (invariance par rapport à z et θ) le champ est orthoradial et ne dépend que de r.

* Le champ B produit par le courant de densité surfacique j est donné par le théorème d'ampère appliqué au contour d'Ampère qui un cercle de centre appartenant à Oz et de rayon r

$B(r)\, 2\pi r = \mu_0 I_{int}$

On distingue 2 cas :

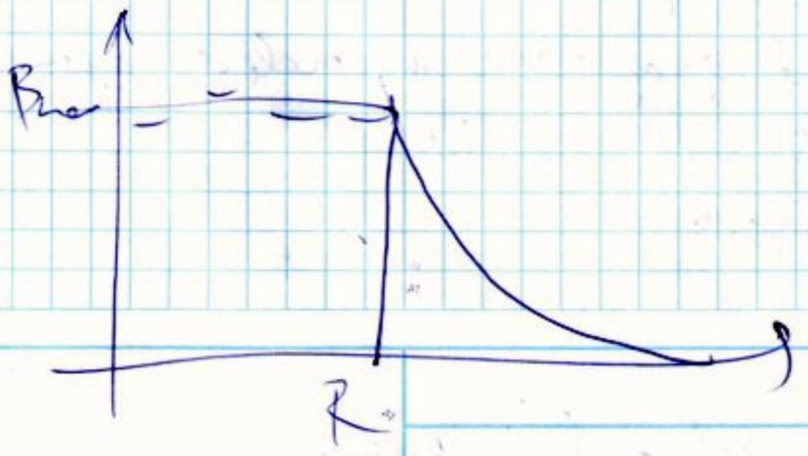
- si $r < R \Rightarrow I_{int} = 0$

  $B(r) = 0$

- si $r > R$ $\quad I = j 2\pi R$

  $B = \dfrac{\mu_0 2\pi R}{2\pi r} = \dfrac{\mu_0 R j}{r}$

$\mu_0 j$:



ETUSUP.com

Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Exercices
Livres
Contrôles Continus
Langues
MTU
Mécanique
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Droit
Chimie Organique

et encore plus..